

III.8.BİR AKIMIN MANYETİK ALANI

III.8.01. MANYETİK ALAN VE BİOT-SAVART YASASI

Hareket halindeki bir elektrik yükü etrafındaki uzayda bir manyetik alan oluşturur. Bir manyetik alan içinde hareket eden yüklere'de manyetik kuvvet etkir. Bu bölümde bir iletken içinde hareket eden yüklerin daha açık olarak yüklerin hareketi sonunda oluşan elektrik akımının iletken etrafında oluşturacağı manyetik alan incelenecektir. Akımlar tarafından oluşturulan manyetik alanlara ait ilk denel gözlemler *Oersted* tarafından 1820 yılında yapılmıştır. Oersted, içinden akım geçen bir telin altında bulunan bir pusulanın, uzun ekseni tele dik olacak şekilde bir duruma geldiğini gözlemiştir. Daha sonra *Biot* , *Savart* ve *Ampere* tarafından yapılan deneyler sonunda, içinden akım geçen bir iletkenin, etrafındaki uzayın bir noktasındaki manyetik alan değerini veren bağıntılar elde edilmiştir.

Genel olarak bir akımın, etrafındaki uzayın herhangi bir noktasında oluşturduğu manyetik alan şiddeti, *akımın yönüne ve doğrultusuna, şiddetine, akımın geometrik şekline (akımın geçtiği iletkenin şekli, dairesel selonoid,doğru biçiminde, vb olması) ve akımı çeviren ortamın cinsine* bağlıdır.

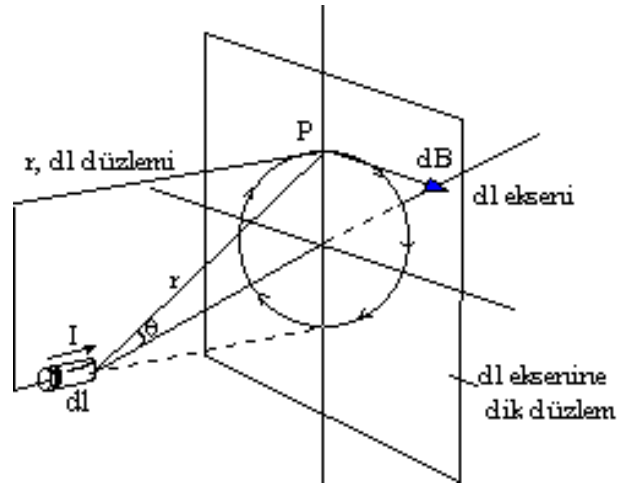
Üzerinden I akımı geçen bir devrenin elemanter bir dl akım elemanını düşünelim. Bu akım elemanından r uzaklıkta ve akım elemanı ile θ açısı yapan bir P noktasındaki dB manyetik alan şiddeti vektörel olarak ($\mathbf{r}_b$, birim vektördür. . Daha açık olarak $\mathbf{r} = r_b \mathbf{r}$ dir .)

$$dB = k \frac{I}{r^2} dl \times \hat{r} \quad (01.a)$$

veya büyüklük olarak

$$dB = k \frac{IdI \sin \theta}{r^2} \quad (01.b)$$

bağıntısıyla verilmektedir (Şekil 01).



Şekil 01

Bu bağıntı ilk kez 1820 yılında Biot tarafından teklif edilmiştir. P noktasında akım elemanınca oluşturulan dB alanının doğrultusu ve yönü Şekil 01'de gösterilmiştir. **dB** vektörü, dl 'nin eksenine dik bir düzlem içinde bulunur ve dl ile P 'yi dl ile birleştiren çizginin belirttiği düzleme diktir. Bunun sonucu olarak, manyetik alan çizgileri, akım elemanının eksenine dik düzlemde bulunan dairelerdir. Bu alan çizgilerinin yönleri, akım elemanını, baş parmak akımın yönünü gösterecek

şekilde sağ el içine alarak kavramakla bulunur. Bu durumda kavrayan parmaklar manyetik alan yönünü gösterir.

(01.b) bağıntısına göre, bir akım elemanının oluşturduğu manyetik alan, elemanın eksenine üzerindeki bütün noktalarda sıfırdır çünkü bu noktalarda $\sin 0^\circ = 0$ dır. Akım elemanına dikey olan bir düzlem içindeki alanda $\sin 90^\circ = 1$ olacağından maksimum değerde olur.

SI birim sisteminde, I amper , dl m. ve dB Weber / m² (T) olarak alınır. Bu sisteme göre k sabitinin değeri,

$$k = \frac{\mu_o}{4\pi} = 10^{-7} \text{ Wb/ m.A veya Tm/A} \quad (02.a)$$

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb/ m.A veya Tm/A} \quad (02.b)$$

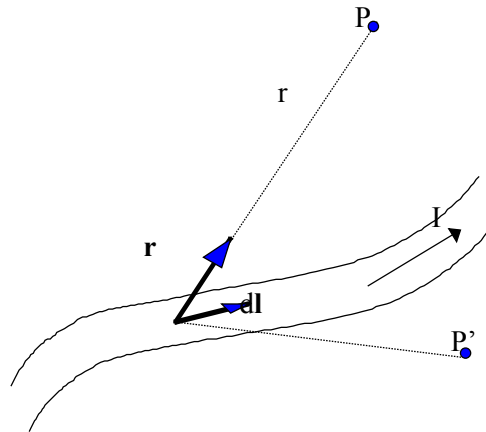
dir. Buna göre μ_o serbest uzayın geçirgenliği adıyla anılan bir sabittir. Sonlu uzunlukta bir telin ele alınan uzayın bir noktasında oluşturduğu manyetik alanın şiddeti, devreyi kuran bütün akım elemanlarının $d\mathbf{B}$ alanlarının katkılarının toplamına eşit olacağından (01.a) eşitliğinin integrali alınarak,

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \int \frac{I}{r^2} d\mathbf{l} \times \mathbf{r} \quad (03)$$

şeklinde elde edilir ($\mathbf{r}_b$ birim vektör olmak üzere , $\mathbf{r}$ yerdeğiştirme vektörünün $\mathbf{r} = \mathbf{r}_b r$ olduğuna dikkat ediniz.).

Manyetizmadaki Biot-Savart yasasıyla elektrostatik Coulomb yasası arasında benzerlik vardır. Örneğin $I d\mathbf{l}$ akım elemanı bir manyetik alan oluşturur, buna karşılık bir q nokta yükü elektrik alan oluşturur. Nokta yükün elektrik alanı gibi, manyetik alanın büyüklüğü de akım elemanından olan uzaklığın karesi ile ters orantılı olarak değişir. Bu iki alanın yönleri oldukça farklıdır. Nokta yükün oluşturduğu elektrik alan yükten çıkan doğrular boyuncadır. pozitif nokta yük durumunda $\mathbf{E}$ nokta yükten alanın hesaplandığı noktaya yönelir. Fakat bir akım elemanının oluşturduğu manyetik alan, hem akım elemanına hem de yarıçap vektörüne diktir. Bu yüzden iletken, kağıt

düzleminde bulunuyorsa $d\mathbf{B}$, P noktasında kağıt düzleminden dışa doğru, P' noktasında içe doğru yönelmiştir (Şekil 02).

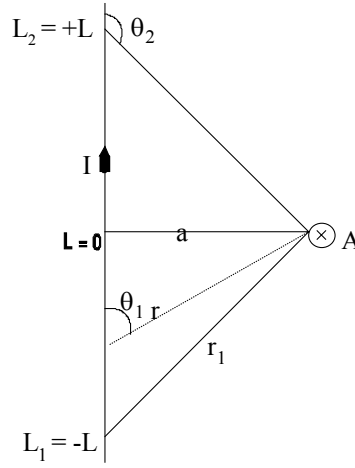


Şekil 02

III.8. 02. BELİRLİ UZUNLUKTA VE ÇOK UZUN

DOĞRUSAL İLETKENİN MANYETİK ALANI

Belli bir uzunlukta doğrusal bir akımın kendisinden a uzaklıktaki bir A noktasında oluşturduğu manyetik alan aşağıdaki gibi hesaplanır. İletkenin uçlarında I ile r arasındaki açılar θ_1 ve θ_2 olsun. Her akım elemanının A 'da oluşturacağı dB alanı sağ el avuç içi kuralına göre şekil düzlemine dik ve içe doğru yönlü olduklarından bunlar skaler olarak toplanabilirler. A noktası ile iletken arasındaki en kısa uzaklık a nın iletkeni kestiği noktayı başlangıç olarak alırsak, (03) bağıntısına göre (Şekil 05),



Şekil 03

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \int_{-L}^{+L} \frac{I}{r^2} dl \sin \theta$$

ve değişken olarak θ açısı alınırsa,

$$r = \frac{a}{\sin \theta} \quad l = -\frac{a}{\tan \theta} \quad dl = \frac{a}{\sin^2 \theta} d\theta$$

olacağından

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{I}{a^2 / \sin^2 \theta} \cdot \frac{a}{\sin^2 \theta} \sin \theta d\theta = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \quad (04)$$

elde edilir.

Tel sonsuz uzun olarak alınırsa $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = 180^\circ$ olacağından (04) bağıntısı

$$B = \frac{\mu_n}{4\pi} \frac{2I}{a} \quad (05)$$

haline dönüşür. (05) bağıntısı kullanılarak doğrusal iletkenlerden oluşan bir elektrik devresinin manyetik alanını hesaplayabiliriz.

III 8. 03. AMPER'İN DEVRESEL YASASI

Hareket halindeki yükler yada akımlar manyetik alanlar oluştururlar. Akım taşıyan iletken yüksek simetriye sahipse (silindir, selonoid, toroid gibi) manyetik alan Amper yasası ile hesaplanır.

Biot - Savart yasasının bir integral şekli olan Ampere devresel yasası,manyetik alan şiddetinin uzaklığa bağlı olarak değişmediği bölgelerde B nin hesaplanması için kullanılır. Bu yasa

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I \quad (06)$$

şeklindedir. Buradaki çizgi integrali, iletim akımının içinden geçtiği bölgeyi çevreleyen herhangi kapalı yol üzerinden alınır. Bağıntının sol tarafı bir skalar çarpımı olduğundan (06) eşitliği

$$\oint B \cos\theta dl = \mu_0 I \quad (07)$$

olarak verilebilir. Son bağıntıda $B \cos\theta$, $\mathbf{B}$ 'nin $d\mathbf{l}$ üzerindeki bileşenidir. Bağıntıdaki çizgisel integral, eğri boyunca keyfi olarak seçilen pozitif dolanma yönünde ilerledikçe $B \cos\theta dl$ değerlerinin toplanacağını anlatmaktadır. Genelde saat ibrelerinin tersi dolanım yönü seçilmektedir. Bağıntının sağ tarafındaki I ise, kapalı eğrinin içinden geçen akımların cebirsel toplamını yani net akımı göstermektedir.

Buna örnek olarak Şekil 04.a 'daki durum için $I = I_1 - I_2$ olacaktır. Bu uygulamada B 'nin saat ibrelerini ters dolanımı için, şekil 04.a . düzlemden dışa doğru çıkan akımlar pozitif içe doğru girenler negatif kabul edilmektedir. Buda sağ el kuralına uygun olmaktadır. Şekil04.a 'daki I_3 akımı kapalı eğrinin dışında kaldığından net akımın hesaplanmasında ele alınmaz .

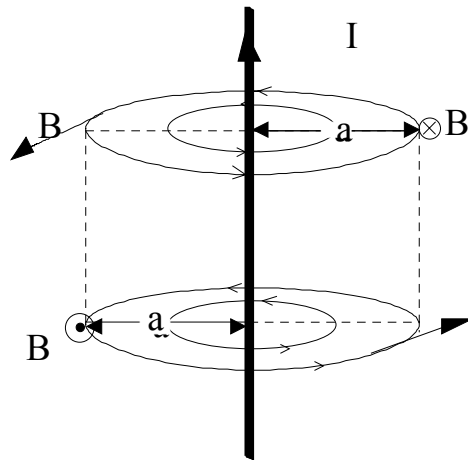
Şekil 04.a. Sayfa düzlemine dik üç iletkeniden geçen üç ayrı akıma Ampere yasasının uygulanması.

Şekil 04.a. da verilen duruma Ampere yasasını uygularsak,

$$\oint \mathbf{B} \cdot \mathbf{dl} = \mu_0 (I_1 - I_2)$$

olduğunu görürüz.

Bu bağıntının B 'nin bulunmasında nasıl kullanılacağına dair ikinci bir örnek verelim, üzerinden yukarı doğru I akımı geçen çok uzun doğrusal bir iletkenin a uzaklıktaki bir noktadaki B 'nin değerini hesaplayalım. Şekil 04.b 'de bu sistemin simetri gereği alan çizgileri merkezleri tel üzerinde olan ve tele dik dairelerdir. Bu daireler daireler üzerinde alınan bir noktadaki , o noktaya teğet B nin yönü sağ el kuralı ile belirlenir.



Şekil 04.b. Üzerinden I akımı geçen iletkenin belli bir a uzaklığında B 'nin bulunması

kımdan a uzaklıktaki yarı çaplı daire üzerinde ele alınan her hangi bir noktadaki B 'nin değeri aynıdır. Buna göre integral yoluyla dairenin çevresini bulabiliriz. $\mathbf{B}$ vektörü ele alınan noktada bu daireye teğet olduğundan $d\mathbf{l}$ ' ile aynı doğrultuludur ve $\theta = 0^\circ$ 'dır. B 'nin değeri yol boyunca sabit olduğundan B integralin dışına çıkarılabilir ve (07) bağıntısı

$$\oint B dl = \mu_0 \sum I$$

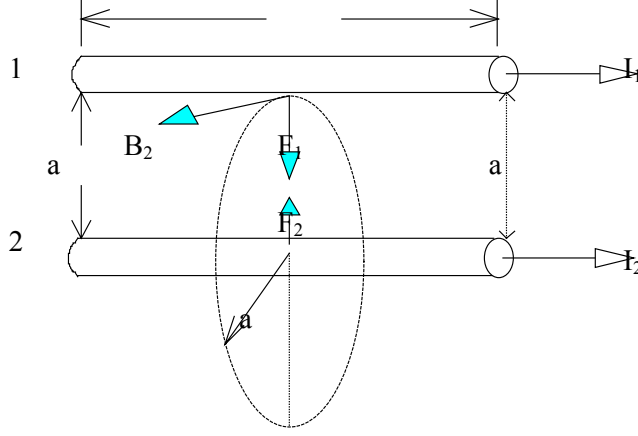
olur. İntegralin değeri $2 \pi a$ 'dır ve akım yalnızca bir tane olduğundan $\sum I = I$ olacaktır. Böylece

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{a} \quad (08)$$

bulunur.

III.8.04. İKİ PARALEL AKIM ARASINDAKİ KUVVET, AKIM ŞİDDETİ BİRİMİ AMPER'İN TANIMI.

Üzerinden Akım geçen bir 1 iletkeninin çevresinde bir manyetik alan oluşacağı, eğer buna yakın bir yerde diğer bir paralel 2 iletkeni varsa 1 'den oluşan manyetik alanın 2' de bir etki oluşturacağı açıktır. Ayrıca 2' nin de 1 'de benzer etkiyi yaratacağı açıktır. Bu karşılıklı etkileşim sonunda bir elektromanyetik kuvvet ortaya çıkacaktır. Bu kuvvetin nedeni ise iletkenlerden birinin diğerinin etki alanının içinde bulunmasıdır.



Şekil 05. İçinden akım geçen iki iletken arasındaki kuvvet.

Şekil 05 den, içinden I_2 akımı geçen 2 iletkeninin kendinden a uzaklıkta içinden I_2 ile aynı yönlü akım geçen iletkeninde oluşturduğu manyetik alan

$$B_2 = \frac{\mu_o I_2}{2\pi a}$$

dır. Bölüm III.7.07. deki bağıntıya göre 1 telinin ℓ uzunluğuna etkiyen F_1 kuvveti,

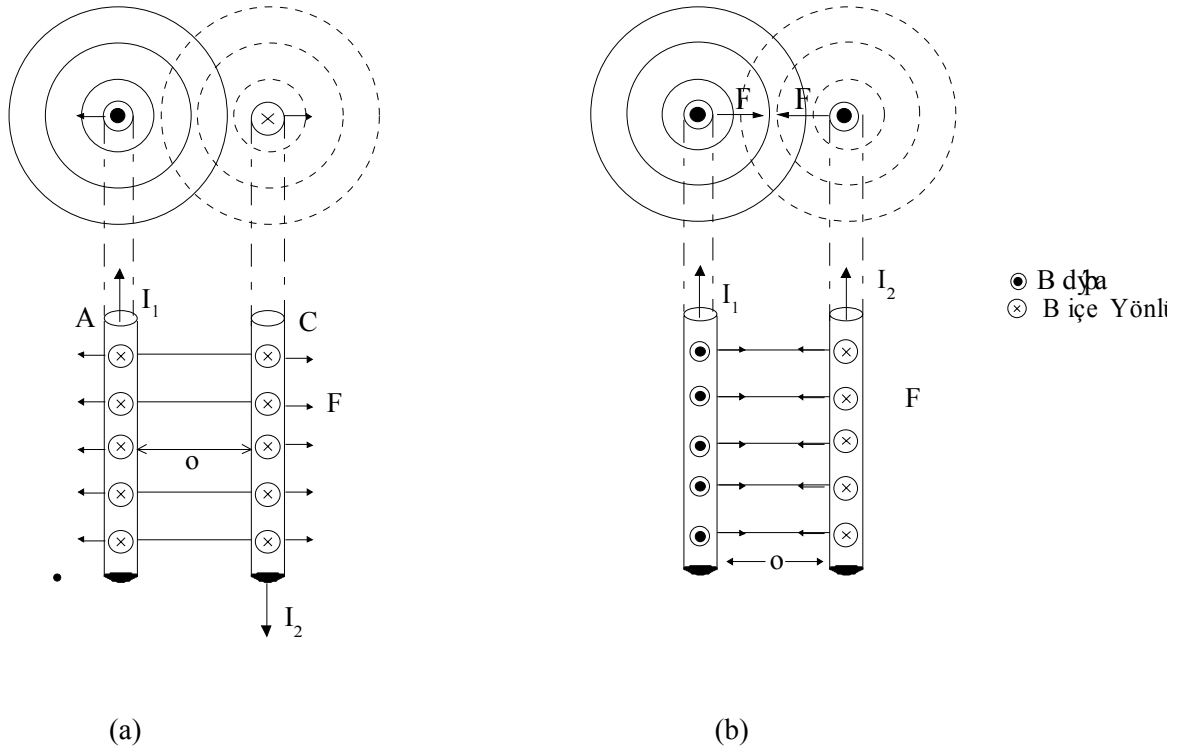
$$F_1 = I_1 \ell B_2 = I_1 \ell \left(\frac{\mu_o I_2}{2\pi a} \right) = \frac{\ell \mu_o I_1 I_2}{2\pi a} \quad (09)$$

ve telin birim uzunluğuna etkiyen kuvvette,

$$\frac{F_1}{\ell} = \mu_o \frac{I_1 I_2}{2\pi a} \quad (09.a)$$

olarak bulunur.

Şekil 05 de 1 iletkeninden hareket ederek 2 iletkenindeki manyetik alanı ve F_2 kuvvetini hesaplasaydık bu F_2 kuvveti F_1 ile değerce aynı, fakat zıt yönlü olurdu.



Şekil 06. İçlerinden aynı ve zıt yönde akım geçen iki paralel iletkene etkiyen kuvvetler.

Şekil 06 da içlerinden aynı yönlü ve zıt yönlü akımlar geçen iki paralel iletkene etkiyen kuvvetleri incelediğimizde;

Zıt yönlü paralel akımlar birbirini iter

Aynı yönlü paralel akımlar birbirini çeker,

kuralını buluruz. Bu kural her türlü şekillenmedeki akımlara uygulanır ve akımlar arasındaki bu etkileşimlerin elektrik motorlarında ve teknolojik uygulamalarda önemi büyüktür.

SI birim sisteminde, dördüncü temel birim olarak *akım şiddeti birimi Amper*, $k = \mu_0 / 4 \pi = 10^{-7} \text{ W/m.A}$ alınarak tanımlanmıştır.(09.a) bağıntısına göre *Amper*, boşlukta 1 m aralıklı çok uzun iki paralel iletkenin geçtiğinde her iletken üzerinde ve iletkenin metresi başına $2 \cdot 10^{-7}$ Newton'luk bir kuvvet oluşturan akım şiddeti olarak tarif edilir.

III.8.05. DAİRESEL İLETKENİN MERKEZ VE EKSENİ ÜZERİNDEKİ BİR NOKTADA MANYETİK ALAN

Dairesel bir iletkenin yarıçapı R ve ondan geçen akım I ise, daireSEL iletkenin merkezindeki manyetik alanı hesaplayabiliriz. Dairesel iletkenin sonsuz küçük dl akım elemanlarından oluştuğunu kabul edersek, her elemanın daireSEL iletkenin merkezinde oluşturduğu dB manyetik alanları aynı yön ve doğrultulu olacaklardır (Şekil 07,a.). Her eleman için $r=R$ ve $\theta=90^\circ$ olacağından Ampere yasasından

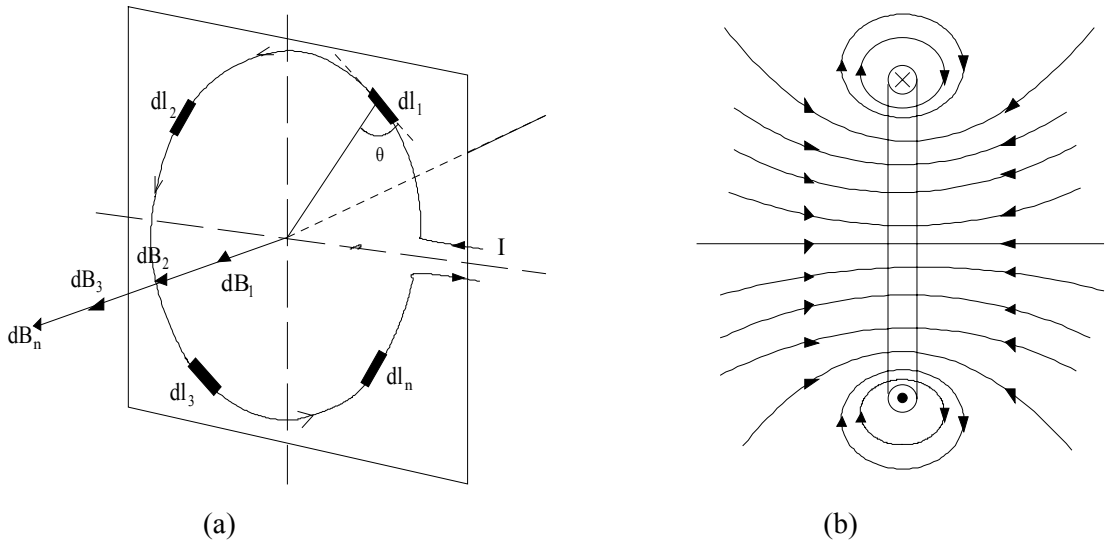
$$B = \oint dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} (2\pi R)$$

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I}{R} \quad (10)$$

Dairesel iletken N sarımlı bir bobin ise son bağıntı

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{NI}{R} \quad (11)$$

şeklini alır.Şekil 07,b 'de böyle bir daireSEL iletkenin alan çizgileri gösterilmiştir.

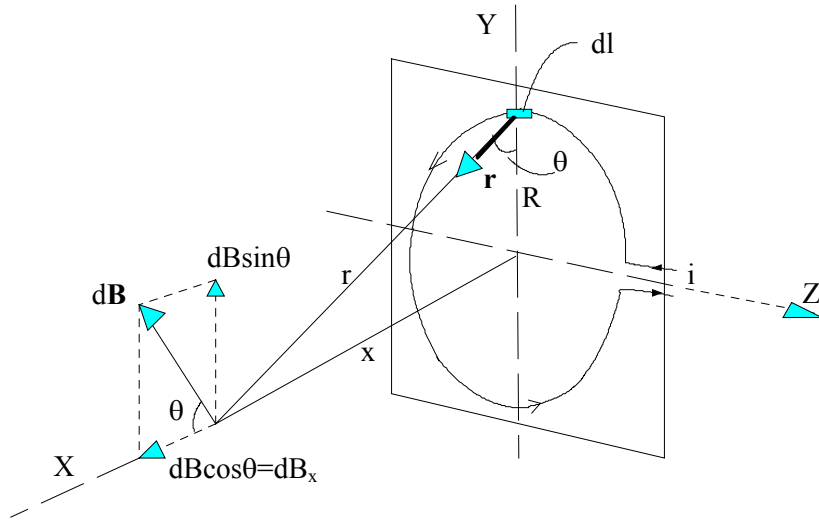


Şekil 07.a.b. Dairesel bir iletkenin merkezindeki manyetik alan ve bunun alan çizgileri.

Böyle bir dairesel iletkenin merkezinden geçen ve dairesel iletkenin düzlemine dik simetri eksenini üzerindeki bir P noktasının manyetik alan değeri hesaplanabilir (Şekil 08).

İletkende seçilen bir $d\mathbf{l}$ akım elemanın P noktasındaki $d\mathbf{B}$ manyetik alanını inceleyelim. Buna göre $d\mathbf{l}$ ile $\mathbf{r}$ arasındaki açı $\theta=90^\circ$ olacak ve $d\mathbf{B}$, $d\mathbf{l}$ ile P nin oluşturduğu düzlem içinde ve $\mathbf{r}$ 'ye dik olacaktır. Bu durumda $d\mathbf{B}$, biri akımın üzerindeki yatay bileşen $dB\sin\theta$ ve eksene dik bileşen $dB\cos\theta$ olmak üzere iki bileşene ayrılabilir. P noktasında oluşan manyetik alana bu bileşenlerden yalnızca yatay olanın katkısı vardır, dikey bileşenin $dB\cos\theta$ değerleri toplandıkları zaman ikiye ikiye birbirlerini yok ederler.

Şekil 08'den görüleceği gibi , manyetik alanın yatay $dB_x=dB\sin\theta$ bileşenleri bütün akım elemanları için aynı doğrultulu ve aynı yönlü olduklarından bunların P noktasındaki bileşkesi bir tek sarımlı iletken için aşağıdaki gibi,



Şekil 08.Dairesel bir iletkenin simetri eksenini üzerindeki bir noktada manyetik alan değeri

$$B_x = \int dB \cos\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos\theta \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos\theta (2\pi R)$$

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR}{r^2} \cos\theta \quad (12)$$

$$\cos\theta = \frac{R}{r} \text{ ve } r^2 = R^2 + x^2 \quad \text{olduğundan,}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{r^3} \quad \text{veya} \quad B = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (13)$$

olarak elde edilir.

İlmeğin merkezindeki manyetik alan için (13) de $x=0$ dır ve buradan

$$B = \mu_0 \frac{I}{2R} \quad (14)$$

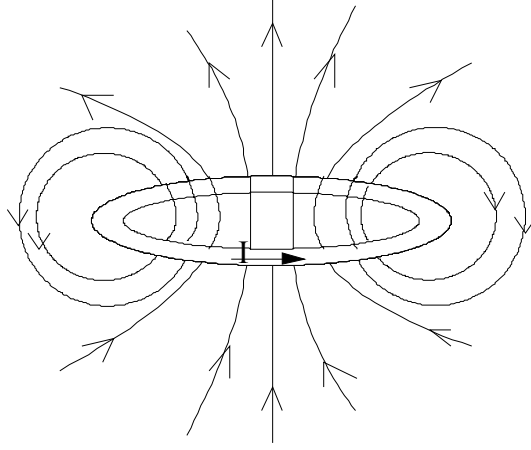
bulunur. İlmeğin çok uzakta $x \gg R$ olduğundan

$$B = \mu_0 \frac{IR^2}{2x^3} \quad (r \gg R \text{ için})$$

elde edilir. Elektrik dipol momentinde olduğu gibi manyetik dipol momentide $\mu = I \cdot S$ bağıntısıyla verilir. Buna göre bir ilmeğin manyetik dipol moment $\mu = I(\pi R^2)$ olacağından (15) bağıntısı

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{2x^3} \quad (15)$$

şeklini alır.

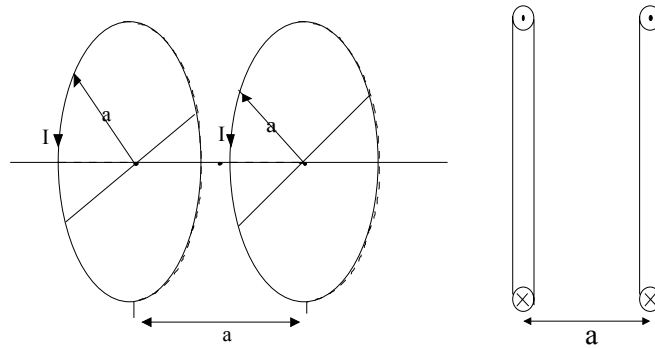


Şekil 09 İçinden akım geçen dairesel bir ilmeğin manyetik alan çizgileri, burada alt taraf sanki S kutbu üst ise N kutbu gibi davranır.

Şekil 09 da çembersel bir akım ilmeğinin manyetik alan çizgileri kolaylık için bir düzlemde gösterilmektedir. Bu akım ilmeğinin alt tarafı sanki S kutbu yukarı tarafıda N kutbu gibi davranır. Ayrıca bu akım ilmeğinin ilmekten çok uzakta manyetik alan çizgileri biçimsel olarak, bir elektrik dipolünün çizgilerine özdeştir.

III.8.06. HELMHOLTZ BOBİNLERİ

Teknolojide ve araştırma laboratuvarlarında sınırlı bir bölgede bir manyetik alana gereksinim duyulmaktadır. Bu tip bir manyetik alanı oluşturmak amacıyla *Helmholtz bobinleri* adı verilen bir sistem kullanılır. Bu bobinler yarıçapları a ve birbirine paralel olan ve düzlemleri arasındaki uzaklıkta a kadar olan iki bobinden oluşmuş bir sistemdir (Şekil 10).

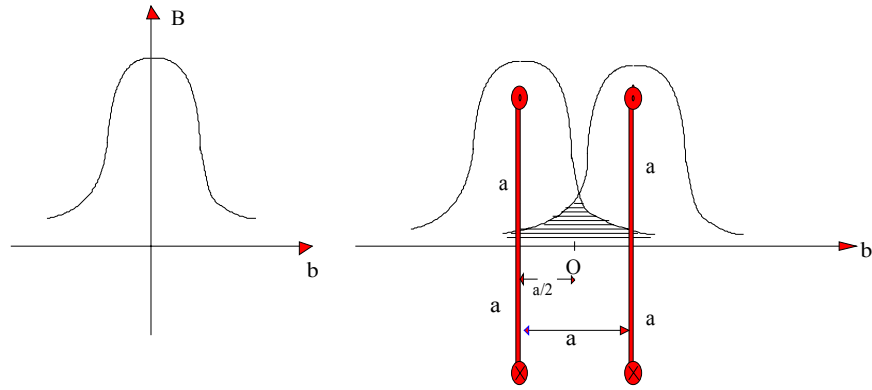


Şekil 10. Şematik Helmholtz bobinleri

N sarımlı a yarıçaplı dairesel bir iletkenin (Bobinin) eksenı üzerindeki ve bobin merkezinden b uzaklıktaki manyetik alan şiddeti bobinin eksenı boyunca

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I R^2}{(R^2 + b^2)^{3/2}}$$

bağıntısına göre çabucak azalır. Bu azalmayı ifade eden (13) bağıntısının b'ye göre değişimi Şekil 11,a 'da gösterilmiştir. Şekilden izleneceği gibi manyetik alan ancak bobinin merkezi yanındaki çok küçük uzaklıklar için düzgün olarak kabul edilebilir.



(a) bir bobinin manyetik alanı

(b) Helmholtz bobinlerinin manyetik alanı

Şekil 11 a.b. Bir bobinin ve Helmholtz bobinlerinin manyetik alanları

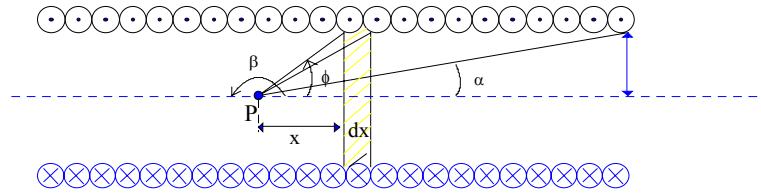
N sarımlı tek bir bobin kullanılacağına, N sarımlı Helmholtz bobinleri kullanılarak, bunlardan C merkezi yakınında belli bir uzaklık boyunca düzgün manyetik alan elde edilir. C noktasında her iki bobin tarafından oluşturulan manyetik alan değeri, $b = a/2$ olduğundan

$$B = 2 \frac{\mu_0}{2} \frac{NIa^2}{\left[a^2 + \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right]^{3/2}} = \mu_0 \frac{8NI}{5a\sqrt{5}} \quad (16)$$

olarak bulunur. Şekil 11.b.de Helmholtz bobinlerinin alanı gösterilmiştir. Bobinlerin tam ortasında geniş bir düzgün alan bölgesi meydana gelir. Bu bölge şekil 11.b de taralı kısım olarak gösterilmiştir. Bu taralı aralıkta orta noktadan yatay eksen üzerinde uzaklaştıkça bir bobine ait B azlmasını diğerinin B artması karşılayarak düzgün alan sistemi korunur.

III.8.07. BİR SELONOIDİN EKSENİ BOYUNCA MANYETİK ALAN

L uzunluğu R yarıçapından oldukça büyük olan bir selenoide ideal selenoid denilmektedir. Böyle bir ideal selenoidin simetri ekseninde ve uçlarındaki manyetik alanı hesaplayalım. Böyle bir ideal N sarımlı bir selenoid bobinin içinden geçen akımın, herhangi bir noktada oluşturduğu manyetik alan, o noktada selenoidin her sarımının oluşturduğu manyetik alanların bileşkesidir. Selenoidin eksenindeki bir P noktasındaki akı yoğunluğunu bulmak için P'den eksen doğrultusunda x kadar uzakta bulunan, selenoidin bir dx elemanter uzunluğunu ele alalım (Şekil 12). Selenoidin sarım sayısı N ve uzunluğu l ise, uzunluk birimindeki sargı sayısı N/l olacaktır. Buna göre dx uzunluğundaki sarım sayısında $(N/l) dx$ olacaktır.



Şekil 12. İdeal bir selenoidin içindeki ve uçlarındaki manyetik alanın hesaplanması

Uzunluğu dx olan elemandaki akım şiddeti I tarafından P noktasında oluşturulan manyetik alan (13) bağıntısına göre

$$dB = \frac{\mu_o}{2} \frac{IR^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} I \left(\frac{N}{L} \right) dx$$

olur. $r = (x^2 + R^2)$ alınır ve son bağıntıya iletilirse ,

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \frac{NI}{L} \frac{R^2}{r^3} dx$$

elde edilir. Burada x yerine değişken olarak ϕ açısı kullanılır ve

$$x = \frac{R}{\tan \phi} \quad dx = -\frac{R}{\sin^2 \phi} d\phi \quad \text{ve} \quad r = \frac{R}{\sin \phi} = (R^2 + x^2)$$

değerleri bağıntıya iletilirse ,

$$B = -\frac{\mu_0}{2} \frac{NI}{\ell} \int_{\beta}^{\alpha} \sin \phi d\phi$$

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{NI}{\ell} (\cos \alpha - \cos \beta) \quad (17)$$

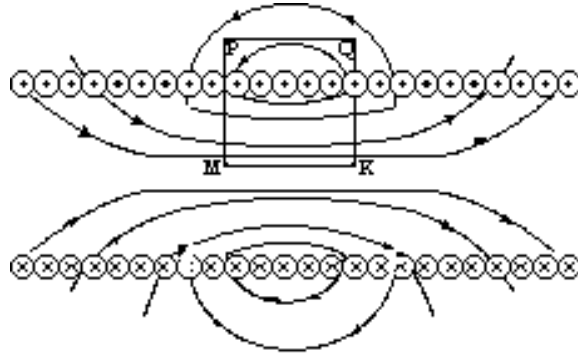
bulunur. Bu bağıntı, sadece selenoidin içine değil, dışındaki herhangi bir nokta içinde geçerlidir. Uzun bir selenoidin içinde ve eksen üzerindeki herhangi bir noktada (merkezde) bir noktada $\alpha=0$ ve $\beta=180^\circ$ olacağından böyle bir noktadaki manyetik alan

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} \quad (\text{merkezindeki manyetik alan}) \quad (18)$$

olacaktır. Bu tür bir selenoidin eksen üzerindeki uçlarındaki bir noktada manyetik alan değeri, $\alpha=0$ ve $\beta=90^\circ$ olduğundan,

$$B = \mu_0 \cdot \frac{NI}{2\ell} \quad (\text{uçlarındaki manyetik alan}) \quad (19)$$

dir. Bir selenoidin oluşturduğu manyetik alanının kuvvet çizgileri Şekil 13' de gösterilmiştir. Bu ideal selenoidin sol tarafı sanki bir mıknatısın S kutbu sağ tarafı N kutbu gibi davranır. Manyetik alan çizgileri N kutbundan çıkıp S kutbundan girerler.



Şekil 13 . İdeal bir selenoidin manyetik alan çizgileri.

Bu selenoidin sol tarafı sanki bir mıknatısın S kutbu gibi , sağ tarafı N kutbu gibi davranır.

Şekil 13 ‘deki ideal selenoide Ampere yasasını uygulayarak onun merkezindeki manyetik alan ifadesini bulabiliriz. Bunun için , PQMK dikdörtgeninin dört kenarı boyunca $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ ‘nin integralini alarak Ampere yasasını uyguluyoruz . PQ kenarı boyunca bu bölgede $B = 0$ olduğundan bunun toplam etkiye katkısı sıfırdır. PM ve KQ kenarlarının her ikisindende gelen katkı her iki haldede $\mathbf{B}$, $d\mathbf{l}$ ‘ye dik olduğundan sıfır olacaktır. MK boyunca $\theta = 0$ olacak ve bu yol boyunca B sabit kabul edilecektir.

Böylece MKQP kapalı dikdörtgen yol boyunca $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ ‘nin değeri :

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B \cdot MK + 0 + 0 + 0 = \mu_0 \Sigma I$$

olur. Burada MK uzunluğundaki sarım sayısı n' , selenoidin uzunluğu L ve toplam sarım sayısı N ise,

$n' = \frac{N}{L} MN$ olur. Buna göre :

$$B (MN) = \mu_0 n' I = \mu_0 \frac{N}{L} MN.I$$

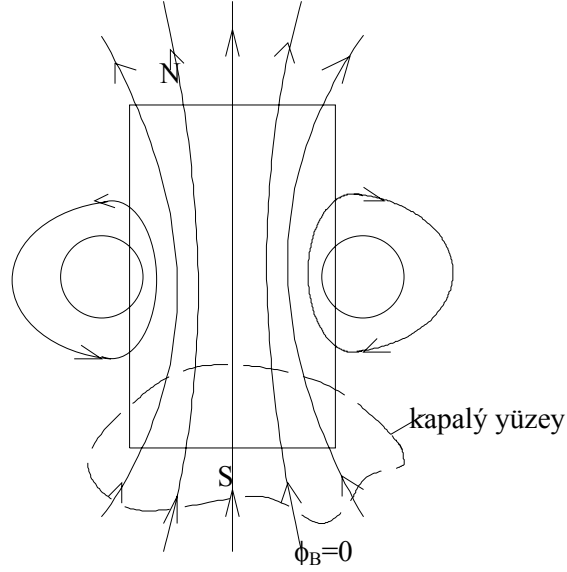
Olacağından, buradan,

$$B = \mu_0 \frac{NI}{L} \quad (19.a)$$

Elde edilir. Bu bağıntı , daha önce aynı selenoid için hesaplanan (19) bağıntısıyla aynıdır.

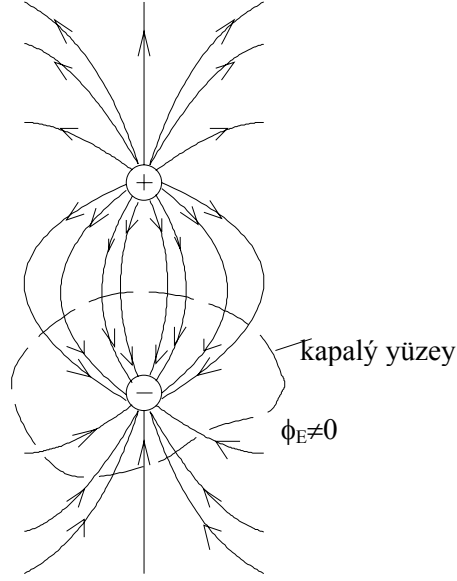
I.8.08. MANYETİZMADA GAUSS YASASI

Bir yükü içine alan kapalı bir yüzeyden geçen elektrik alan akısının, net yükle orantlı olduğunu Gauss yasasına göre görmüştük. Buna göre kapalı yüzeyden geçen elektrik alan çizgilerinin sayısı yalnızca içteki net yüke bağlıdır. Manyetik alanlar için bu durum daha değişiktir. Manyetik alan çizgileri sürekli olup kapalı ilmekler oluştururlar. Akımlardan oluşan manyetik alan çizgileri herhangi bir noktadan başlayamaz ya da bir noktada sona eremez. Şekil 14 deki çubuk mıknatısın manyetik alan çizgileri bu olguyu açıklamaktadır.



Şekil 14

Herhangi bir kapalı yüzeye giren alan çizgilerinin sayısı, bu yüzeyden çıkan alan çizgilerinin sayısına eşittir. Buna göre kapalı yüzeyden geçen net manyetik akı sıfırdır. Bu durum elektrik dipolünün yüklerinden birini saran kapalı bir yüzey durumuna terstir (Şekil 15); orada net elektrik akısı sıfır değildir.



Şekil 15

Manyetizmadaki Gauss yasası, herhangi bir kapalı yüzeyden geçen net manyetik akının (Φ_B) her zaman sıfır olduğunu belirtir, buna göre

$$\Phi_B = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (20)$$

dir. Bu sonuç yalıtılmış manyetik kutuplara (tek kutuplara) bugüne değin rastlanmamış olması olgusuna dayanmaktadır. Tek bir kutup belkide evrende hiç yoktur, varsa bile ölçüm teknolojisi bunu şimdilik algılayamamaktadır. Manyetik alanın şimdilik bilinen kaynakları yalnızca manyetik dipoller (akım ilmekleri) dir. Manyetik maddeler için bile durum aynıdır. Maddelerdeki tüm manyetik olaylar elektronlar ve çekirdeklerden kaynaklanan manyetik dipol momneti (etkin akım ilmekleri) cinsinden açıklanabilmektedir.

III.8.09. GENELLEŞTİRİLMİŞ AMPER YASASI VE MAXWELL DENKLEMLERİ

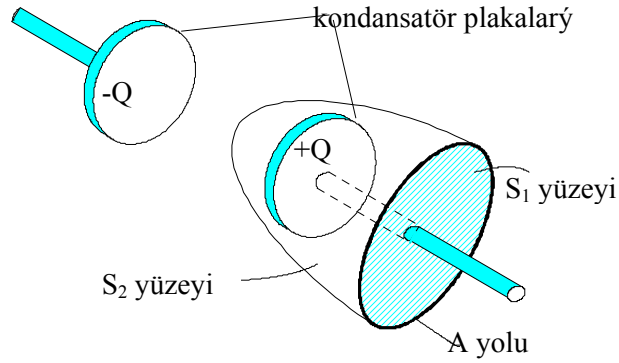
Hareket halindeki yükler yada akımlar manyetik alan oluştururlar. Akım taşıyan iletken simetrik yapıya sahipse;

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$$

şeklindeki Amper yasası kullanılarak manyetik alan hesaplanabilir. Buradaki çizgi integrali, iletim akımının içinden geçtiği bölgeyi çevreleyen herhangi bir kapalı yol üzerinden alınabilmektedir. Bir kondansatörde herhangi bir andaki yük Q ise iletim akımı

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

ile verilir. Bu iletim akımı zamanla değişmiyorsa yukardaki biçimiyle verilen Amper yasası geçerlidir. Maxwell, Amper yasasındaki bu sınırlamayı kaldırıp yasayı tüm hallere uygulayabilmek amacıyla genelleştirmiştir.



Şekil 16

Maxwel' in değişimini açıklayabilecek bir sisteme örnek Şekil 16 da verilmiştir. Burada yüklenmekte olan bir kondansatör olsun. I akımı zamanla değişiyorsa (alternatif akım A.A) plakadaki yük de değişecektir. Fakat plakadan plakaya hiçbir akım geçmeyecektir. Şekil 15 deki A yolunu çevreleyen S_1 ve S_2 gibi iki yüzey ele alalım. Amper yasasının düzeltilmemiş hali bu A yolu boyunca çizgi integralinin $\mu_0 I$ olduğunu açıklar. T burada P yolunu çevreleyen herhangi bir

yüzeyden geçen toplam akımdır. A yolu S_1 i çevrelemektedir ve akım S_1 den geçmektedir. Böylece integralin değeri $\mu_0 I$ olacaktır. Akım S_2 yi çevrelediğinde S_2 den hiçbir iletim akımı geçmediğinden sığanın levhaları arasında da iletim akımı olmadığına göre, akımın süreksiz oluşundan kaynaklanan bir yetersizlik vardır. Maxwell (06) bağıntısının sağ tarafına I_d yerdeğiştirme akımı denen

$$I_d = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \quad (21)$$

şeklinde ek bir terim ilave etmiştir. Burada $\phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$ ile tanımlanan elektrik akısıdır. İletim akımındaki süreksizliği, sığa yüklenirken veya boşalırken levhalar arasındaki değişken alanın oluşturduğu I_d akımı ortadan kaldırır. (04) Amper bağıntısına I_d terimi eklenirse, boşluk için

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (I + I_d) = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \quad (22)$$

şeklindeki Amper-Maxwell yasasına ait bağıntı elde edilir. Bu bağıntıya göre;

manyetik alanları, iletim akımları ve de değişken elektrik alanları oluşturur.

(22) bağıntısı boşluk için geçerlidir. Manyetik bir ortamda Amper yasasının tam olarak geçerli olabilmesi için (22) bağıntısına I_m şeklinde bir mıknatıslanma akımı ilave edilmesi gerekir. Mikro ölçekte I_m akımı da iletim akımı I kadar önemli olmaktadır.

I.8.10. ÖRNEK PROBLEMLER

1) Amper devresel yasası ile Şekil 13 'deki selenoidin merkezi bölgesindeki manyetik alan değerini hesaplayınız.

Çözüm : İstenilen bölgedeki manyetik akı düzgün ve selenoidin eksenine paralel olduğundan kapalı integral yolu olarak MKOP dikdörtgeni seçilebilir. Bu durumda KO ve MP kenarları manyetik alana dik olduklarından $\phi = 90^\circ$ ve integral sıfır olur. PO bobinin dışında ve orada'da manyetik akı olmadığı için OP boyunca $B=0$ olacaktır. Bu koşullarda (07) bağıntısından

$$\frac{B}{\mu_0(MK)} + 0 + 0 + 0 = \sum I$$

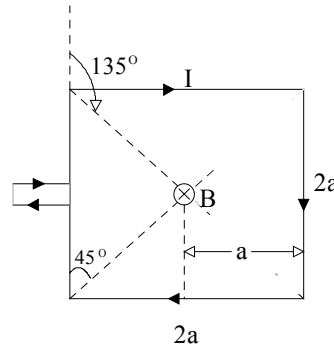
elde edilir. Her sarımdan geçen akım sayfa düzlemine dik ve yönleri şekil 13 'deki gibidir. Buna göre dikdörtgensel yolun düzleminden geçen toplam akım şiddeti, $\sum I = n'$ olacaktır. Burada n' dikdörtgenin MK uzunluğundaki sarım sayısıdır. Selenoidin toplam sarım sayısı N uzunluğu l ise, $n' = N / L_{MK}$ olacaktır. Buradan

$$\frac{B}{\mu_0(\text{MK})} = n'I = \frac{NI}{MKL} \quad \text{olacağından,}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{4\pi NI}{\ell} I$$

bulunur. Biz selonoidin bu tür manyetik alan değerini, Bölüm III.8.08' de uzun hesaplamalar sonunda elde edebilmiştik.

2) Kenarları $2a$ olan N sarımlı karesel bir bobinden I değerinde akım geçmektedir. Bu bobinin merkezindeki manyetik alan değerini bulunuz (Şekil 17).



Şekil 17. Örnek problem 2.

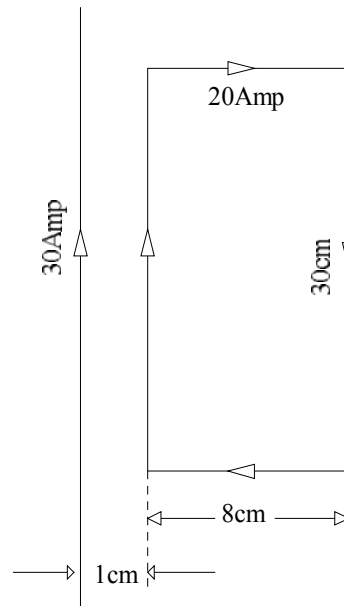
Çözüm, Şekil 17' ye göre, karesel bobinin merkezinde, her kenarın oluşturacağı manyetik alan şiddeti ve yönü aynı olacağından (04) bağıntısının dört kere toplanması gerekir.

$$\cos \theta_1 = \sqrt{2} / 2 \quad \text{ve} \quad \cos \theta_2 = -\sqrt{2} / 2 \quad \text{olduğundan (04) bağıntısına göre}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad \text{den} \quad B = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \mu_0 \frac{NI}{a}$$

elde edilir.

3) Şekil 18' deki uzun iletkeniden geçen akım şiddeti 30 Amp. ve dikdörtgensel bobinden geçen akım şiddeti 20 Amp. dir. Bobine etkiyen bileşke kuvveti bulunuz. $l=30$ cm. , $b= 8$ cm. ve $a= 1$ cm.



Şekil 18.Örnek problem 3.

Bobinin uzak kenarına etkiyen itme kuvveti (07) ifadesinden

$$\Sigma \vec{F}_0 = \vec{F}_i + \vec{F}_\phi \quad \mu_0 = 10^{-7} \cdot 4\pi \text{ Tm/A veya Wb/mA}$$

İldeğine göre

$$F_i = 10^{-7} \cdot 2 \cdot 30 \cdot \frac{20 \cdot 0.3}{0.09} = 0.4 \cdot 10^{-3} \text{ N.}$$

ve yakın kenara etkiyen çekme kuvveti

$$F_\phi = 10^{-7} \cdot 2 \cdot 30 \cdot 20 \cdot \frac{0.3}{0.01} = 3.6 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

buna göre yatay ve uzun tele etkiyen yönlü bileşke kuvvet

$$F = F_{\text{ç}} - F_i = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ N.}$$

dır.

4) Bir selonoidin uzunluğu 1 m. ortalama çapı 3 cm., her birisi 850 sarımlı beş tabaka sarımı vardır ve sarımlardan geçen akım şiddeti 5 Amp.dir. a-)Bobinin merkezindeki manyetik alan şiddetini, b-)selonoidin bir merkez kesitinden geçen manyetik akıyı hesaplayınız.

Çözüm, a- 18 bağıntısına göre

$$B = \mu_0 N I / l = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{850 \cdot 5,5}{1} \cong 2,67 \cdot 10^{-2} \text{ T}$$

b- Selenoidin merkezinde B sabit olduğundan manyetik akı $\phi = B S \cos\theta$ ve $\theta = 0^\circ$, $S = \pi R^2$

$S = 7,07 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ olduğundan

$$\phi = B S = 2,67 \cdot 10^{-2} \cdot 7,07 \cdot 10^{-4} = 1,89 \cdot 10^{-5} \text{ W.}$$

bulunur.

III.8.11. PROBLEMLER

1) Uzun doğrusal bir iletken den geçen akım şiddeti 1,5 Amp.dir. Bir elektron, telden 0,1 m.uzakta tele paralel olarak $5 \cdot 10^4 \text{ m/sn}$ hızla akım yönünde hareket etmektedir. Buna göre akımın manyetik alanının hareketli elektrona uyguladığı kuvveti hesaplayınız.

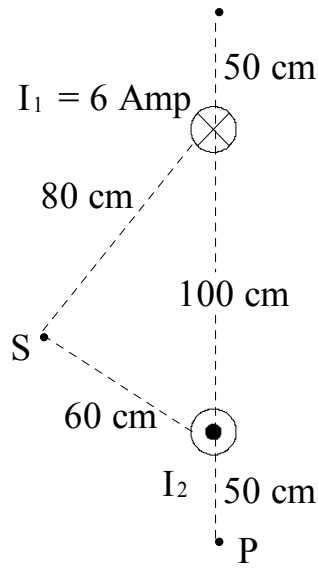
Cevap, $2,403 \cdot 10^{-20} \text{ N.}$

2) Uzunluğu 40 cm. genişliği 10 cm. 100 sarımlı bir dikdörtgen çerçeveden 5 Amp.'lik akım geçiyor. Bunun merkezindeki manyetik alan değerini hesaplayınız.

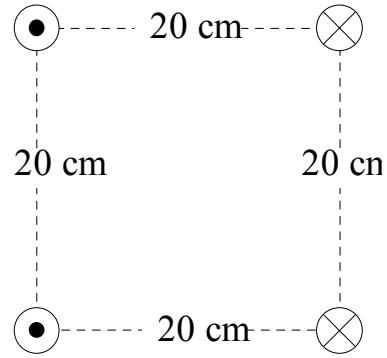
Cevap ; 0,00412 T.

3) Şekil 19' daki üst telden geçen akım $I_1 = 6$ Amp. ve içe dik yönlüdür. a-P noktasındaki bileşke alanın sıfır olması için I_2 akımının değeri ve yönü ne olmalıdır. Bu hesaplanan değerlere göre b-Q 'daki , c - S 'deki bileşke alanı bulunuz.

Cevap , a- $I_2 = 2$ Amp. dik bize yönlü. b- $B_0 = 22 \cdot 10^{-7}$ T. c - $B_S = 16,4 \cdot 10^{-7}$ T.



Şekil 19.Problem 3

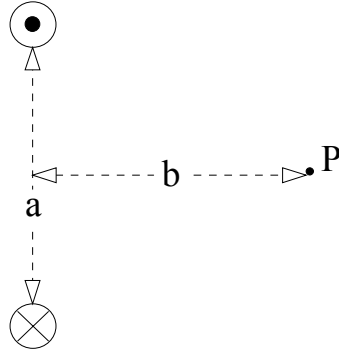


Şekil 20.problem 4.

5) Aralıkları a olan iki uzun telden geçen akım şiddetleri eşit ve zıt yönlüdür. Tellerden eşit uzaklıktaki bir A noktasındaki manyetik alan değerinin

$$B = \frac{2\mu_0 I a}{\pi} (4b^2 + a^2)$$

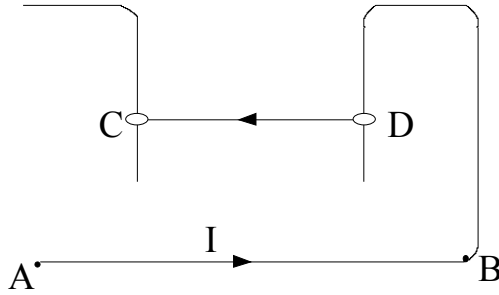
olduğunu gösteriniz (Şekil 21).



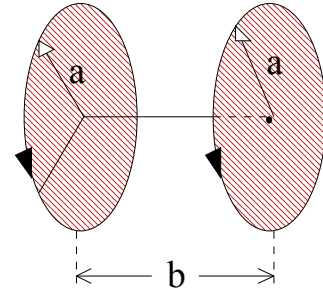
Şekil 21.Problem 5

6) Şekil 22'deki sistemde 1m uzunluğundaki CD iletkeni, CD eklemlerinde kolayca kayabilmektedir. AB iletkeni ile CB iletkeninden geçen akım şiddeti 50 Amp.dir. CD iletkeninin kütlesi $5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$ dir. AB iletkenindeki akım nedeniyle oluşan manyetik kuvvet nedeniyle CD iletkeninin yükselebileceği denge yüksekliğini bulunuz.

Cevap: 1, 02 cm.



Şekil 22.Problem 6.



Şekil 23.Problem 8

7) Kenarları 20 cm. uzunluğunda düzgün altıgen bir iletken çerçeveden 100 Amp.lık bir akım geçmektedir. Bu sistemin merkezindeki manyetik alan değerini hesaplayınız.

Cevap: $3 \cdot 10^{-4} \text{ T}$.

8) Her birinin yarıçapı a olan ve içlerinden aynı yönlü ve eşit akımlar geçen, iki dairesel sarımın düzlemleri paralel ve aralarındaki uzaklık b dir. Sarımlardan birinin merkezindeki manyetik alan değerini hesaplayınız (Şekil 23).

$$Cevap: B_0 = \frac{\mu_0 I a^2}{2} \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{(a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \right)$$

9) Herbirinin yarıçapı 20 cm. ve sarım sayısı 50 olan iki dairesel bobin, düzlemleri birbirine paralel ve aralarındaki uzaklık 20 cm. olamak üzere monte edilmişlerdir. Bobinlerin her birinden $10/\pi$ Amp.lik akım, a- aynı yönlü geçerken, b- Zıt yönlü geçerken, bunların ortak ekseninin merkezindeki manyetik alan değerini hesaplayınız.

$$Cevap : a - B_a = 7,15 \cdot 10^{-4} \text{ T} \quad b - B_T = 0$$

10.) Uzunluğu 20 cm., çapı 10 cm., sarım sayısı 200 olan ve üzerinden $2/\pi$ Amp. akım geçen kısa bir selonoidin eksenini üzerinde ve bir ucundan 5 cm. uzaklıkta bir noktadaki manyetik alan değerini hesaplayınız.

$$Cevap : B = 6,64 \cdot 10^{-4} \text{ T.}$$

11.) R yarıçaplı tahta bir kürenin yüzeyi üzerine,ince bir iletken telden bitişik ve N sayıda sarım sadece bir tabaka halinde ve sarımların düzlemi kürenin eksenine dik olmak üzere ve kürenin yüzeyini tamamen örtmek üzere sarılmıştır. Sargılardan geçen akım şiddeti I ise kürenin merkezindeki manyetik alan değerini hesaplayınız.

$$Cevap : B = \frac{\mu_0 N I}{4R}$$

12.) Süper iletken telden yapılmış $12\text{cm} \times 16\text{cm}$ boyutlarındaki dikdörtgen şeklindeki ilmekten 30A lik akım geçmektedir. İlmeğin merkezindeki manyetik alanı hesaplayınız.

$$C. N = 120 \text{ sarım.}$$

13.) Toplam uzunluğu 60cm olan sıkı sarılmış bir selonoidden geçen akım şiddeti 2A olduğunda manyetik alan $12 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ dir. Bu verilere göre selonoidin sarım sayısını hesaplayınız.

$$C. N = 90 \text{ sarım.}$$

14.) Bir füzyon reaktörünün manyetik alan kangalları iç yarıçapı 0,7m ve dış yarıçapı 1,3m olan toroid biçimindedir. Toroidin içi plazma ile doludur. Toroidin kalın tellerden oluşan 900 sarımın varsa

bunların herbirinden 14000A geçiyorsa a) iç yarıçapı boyunca b) dış yarıçapı boyunca manyetik alan şiddetini hesaplayınız.

C. a : $B_{iç} = 3,6 \text{ T}$, b : $B = 1,94 \text{ T}$.

15.) Elektronun atom çekirdeği etrafında r yarıçaplı yörüngede dolanmasının bir periyoduna karşılık oluşturduğu akım şiddeti $I = e v / 2 \pi r$ olduğuna göre, N. Bohr' un 1913 de önerdiği hidrojen atomu modelinde bir elektron protondan $5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ uzakta çember şeklindeki yörüngede $2,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ hızla dolanmaktadır. Elektronun hareketinin protonun bulunduğu konumda oluşturduğu manyetik alan şiddetini bulunuz.

C. $\mu = I \cdot S = 9,3 \cdot 10^{-24} \text{ A m}^2$

16.) Toplam uzunluğu 8π olan bir tel parçası yatay x eksenine göre artı y eksenini boyunca yarıçapı 2π cm olan yarım çember şekline getirilmiştir. Bu durumdaki sistemin sol tarafından sağ tarafına doğru 6A şiddetinde bir akım geçmektedir. Çemberin merkezindeki manyetik alanın değerini ve yönünü bulunuz.

C. $B = 3 \cdot 10^{-5} \text{ T}$. Sayfa düzlemine dik ve içe doğru.

17.) Çakan şimşek kısa bir zaman süresinde 10^4 A .lık akım taşıyabilmektedir. Yıldırımın düştüğü noktadan 50 m uzakta oluşturacağı manyetik alan değerini bulunuz.

C. $4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$.

18.) Coğrafi ekvatorda doğu batı yönünde yerleştirilen doğrusal bir tel parçasına bu noktada etkiyen yer kürenin manyetik alanının yatay bileşeninin değeri $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ T}$. dır. Telim birim uzunluğunun kütlesi $2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$ olduğuna göre , telden geçen akımın değeri ne olmalıdır ki bunun oluşturduğu manyetik kuvvet telin ağırlığını dengeleyebilsin ?.

C. 594 A doğruya doğru.